Prof. Alberto Cattaneo **Universität Zürich**
B. Reinold, M. Scherrer 3. Juli 2001

Mathematische Grundlagen für Physik und Chemie II

11. Übung
Abgabe: Dienstag 26. Juni 2001

Aufgabe 1 (Fourierreihe)
Auf dem Intervall $[0,1[$ *sei die Funktion*

$$\begin{aligned} h_0 : [0,1[&\longrightarrow \mathbb{R} \\ t &\longmapsto t^2 \end{aligned}$$

gegeben.
Bezeichne mit $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *die 1-periodische Fortsetzung von* h_0.
Die Fourierreihe zu h *wird mit* H *bezeichnet.*

a) *Bestimmen Sie die Werte von* h_0, h *und* H *an den Stellen* $t = 1/2$ *und* $t = 1$, *ohne die Fourierreihe explizit zu berechnen.*

b) *Wie lautet die Formel für die Fourierkoeffizienten?*
Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten.
Wie lautet demnach die Formel für H*?*

c) *Setzen Sie die Werte* $t = 1/2$ *und* $t = 1$ *in die Formel für* H *aus b) ein und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis aus a).*

d) *Berechnen Sie die Werte der Reihen*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$$

Aufgabe 2 (Fouriertransformation)
Betrachten Sie die Funktionen

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad\qquad g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$t \longmapsto \begin{cases} \exp(t) \textit{ für } t \leq 0 \\ \exp(-t) \textit{ für } t \geq 0 \end{cases} \qquad\qquad t \longmapsto \begin{cases} 1 \textit{ für } \pi \leq t \leq 2\pi \\ 0 \textit{ sonst} \end{cases}$$

a) *Berechnen Sie die Fouriertransformierten $\widehat{f}$ bzw. $\widehat{g}$ von f bzw. g.*

b) *Berechnen Sie die Faltung $f * g$ der beiden Funktionen.*

c) *Berechnen Sie die Fouriertransformierte $\widehat{f * g}$ der Faltung.*

d) *Rechnen Sie nach, dass gilt:*

$$\widehat{f * g} = \sqrt{2\pi}\widehat{f}\widehat{g}$$

e) *Berechnen Sie f', die Ableitung von f und deren Fouriertransformierte $\widehat{(f')}$. Setzen Sie $\widehat{(f')}$ und $\widehat{f}$ in Zusammenhang.*

(http://www.math.unizh.ch/~reinold/Uni/SS01/Uebungen/ueb11.ps)