Prof. Dr. Alberto Cattaneo **Universität Zürich**
B. Reinold, M. Scherrer 3. Juli 2001

Mathematische Grundlagen für Physik und Chemie II

2. Übung
Abgabe am 24. April 2001

Aufgabe 1 (Lineares Gleichungssystem)
Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems.

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & + & z & = & 4 \\ x & & & + & z & = & 2 \\ x & - & 3y & - & 4z & = & -6 \end{array}$$

4 Punkte

Aufgabe 2 (Determinante) *Berechnen Sie die Determinanten der beiden folgenden Matrizen.*

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

4 Punkte

Aufgabe 3 (Determinanten von oberen Dreiecksmatrizen)
Gegeben sei eine obere Dreiecksmatrix:

$$B := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix}$$

Benutzen Sie die Definition der Determinante, um die Determinante dieser Matrix zu berechnen. (Tipp: Benutzen Sie, dass es für jede nichttriviale Permutation σ von $\{1,2,3,4\}$ ein $i \in \{1,2,3,4\}$ gibt mit $i < \sigma(i)$).

4 Punkte

Aufgabe 4 (Lineare Gleichungssysteme und Matrizen)

(a) *Zeigen Sie, dass*

$$\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \quad \textit{die Inverse zur Matrix} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

ist, falls $ad - bc \neq 0$.

(b) *Die matrizielle Schreibweise des linearen Gleichungssystems*

$$\begin{array}{rcrcr} 5 & = & x & + & 2y \\ 11 & = & 3x & + & 4y \end{array} \quad \textit{ist} \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Inverse A^{-1} *zur Matrix* $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

(c) *Wie hängt die Lösung des obigen Gleichungssystems mit dem Vektor*

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} := A^{-1} \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix}$$

zusammen?

6 Punkte

(`http://www.math.unizh.ch/~reinold/Uni/SS01/Uebungen/ueb2.ps`)