Prof. Alberto Cattaneo **Universität Zürich**
B. Reinold, M. Scherrer 3. Juli 2001

Mathematische Grundlagen für Physik und Chemie II

3. Übung
Abgabe *Montag*, den 30. April 2001

Aufgabe 1 (Invertierbarkeit von Matrizen)
Gegeben sei die folgende Matrix:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & a \end{pmatrix}$$

1. *Für welche a ist die Matrix A invertierbar?*
2. *Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} für die a, für die dies möglich ist.*
3. *Lösen Sie das Gleichungssystem*

$$A\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

für $a = 2$.

4 Punkte

Aufgabe 2 (Inverse Matrix)
Berechnen Sie die die Determinanten der folgenden Matrizen und berechnen Sie die inverse Matrix, falls diese existiert.

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 10 & 5 & 10 & 5 \\ 0 & 9 & 0 & 9 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad F := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

4 Punkte

Aufgabe 3 (Eindeutige Lösung)
Prüfen Sie, ob die folgenden Gleichungen genau eine Lösung besitzen. Geben Sie in diesem Fall die eindeutige Lösung an.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4 Punkte

Aufgabe 4 (Kinderspiel)
Yvonne prahlt vor ihren jüngeren Brüdern Willy und Xaver:

- *Ich bin doppelt so alt wie ihr beide zusammen.*
- *In fünf Jahren werden Xaver und ich zusammen dreimal so alt sein wie Willy.*
- *Letztes Jahr betrug der Altersunterschied zwischen Willy und mir genau das Fünffache von Xavers damaligem Alter.*

Kann das zutreffen? Bestimmen Sie das Alter von Willy, Xaver und Yvonne, falls dies möglich ist.

4 Punkte

(`http://www.math.unizh.ch/~reinold/Uni/SS01/Uebungen/ueb3.ps`)