Prof. Alberto Cattaneo **Universität Zürich**
B. Reinold, M. Scherrer 3. Juli 2001

Mathematische Grundlagen für Physik und Chemie II

5. Übung
Abgabe: Dienstag, den 15. Mai 2001

Aufgabe 1 (Gewöhnliche Differentialgleichung)
Gegeben ist die Differentialgleichung (DGL)

$$(y'(t))^2 = 4\,t^2\,y(t).$$

Bestimmen Sie alle Lösungen auf dem Intervall $[\,1.9\,,\,2.1\,]$*, die* $y(2) = 1$ *erfüllen.*

4 Punkte

Aufgabe 2 (Tangentialfeld als DGL)

a) *Zeichnen Sie das Vektorfeld*

$$\begin{array}{cccc} F: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} y/5 \\ 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

im ersten Quadranten für x*- und* y*-Werte bis 10*
(d.h. für $(x, y) \in [0, 10] \times [0, 10]$*).*

b) *Der Vektor* $\begin{pmatrix} y/5 \\ 1 \end{pmatrix}$ *entspricht einer Geraden mit Steigung* $\frac{1}{y/5} = \frac{5}{y}$.
Zeichnen Sie die Gerade $y(x) = x + 2.5$ *in das Diagramm aus Teil a).*

c) *Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung*

$$y'(x) = \frac{5}{y}$$

für die $y(2.5) = 5$ *gilt und zeichnen Sie diese in das Diagramm aus Teil a) ein.*

d) *Erklären Sie den Zusammenhang zwischen dem Vektorfeld aus Teil a), der Geraden aus Teil b) und der Kurve aus Teil c).*

4 Punkte

Aufgabe 3 (Substitution)
Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen durch Substitution und anschliessende Trennung der Variablen.

a)

$$y'(t) = \left(\frac{2y(t) + t}{2t}\right)^2$$

b)

$$(y + 2t)\, y' = (y + 2t - 1)^2$$

4 Punkte

Aufgabe 4 (Inhomogene lineare Differentialgleichung)

a) Lösen Sie die inhomogene lineare Differentialgleichung

$$xy'(x) - 4y(x) = -x^3.$$

(Tipp: Finden Sie eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung von der Form $y_0(x) = x^k$.)

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' - 3t^2 y = 6t^2 e^{2t^3} \tag{1}$$
$$y(1) = 0. \tag{2}$$

(Tipp: Zeigen Sie zunächst, dass $y_0(t) := 2e^{2t^3}$ eine (spezielle) Lösung der Differentialgleichung (1) ist.)

4 Punkte

(`http://www.math.unizh.ch/~reinold/Uni/SS01/Uebungen/ueb5.ps`)