Prof. Dr. Alberto Cattaneo **Universität Zürich**
B. Reinold, M. Scherrer 3. Juli 2001

6. Übung zur Vorlesung

Mathematische Grundlagen für Physik und Chemie II

Aufgabe 1 (Variation der Konstanten)
Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y' - 3y = xe^{4x}$$

durch Variation der Konstanten.

Aufgabe 2 (Aufsuchen einer partikulären Lösung)
Lösen Sie die folgende inhomogene Differentialgleichung mit der Methode "Aufsuchen einer partikulären Lösung":

$$y' - 4y = 5sin(x).$$

(Tipp: Berechnen Sie die partikuläre Lösung y_p mit dem Ansatz $y_p = A \cdot sin(x) + B \cdot cos(x)$ mit $A, B \in \mathbb{R}$.)

Aufgabe 3 (Reduktion einer DGL 2. Ordnung auf eine DGL 1. Ordnung)
Eine nicht zu grosse Kugel, die sich nicht zu schnell in einem Fluid (Flüssigkeit oder Gas) bewegt, erfährt eine Bremskraft $R = 6\pi\eta rv$ proportional zur Geschwindigkeit, wobei η die Viskosität der Flüssigkeit und r der Kugelradius ist.
Lässt man eine Kugel wie beschrieben in einer Flüssigkeit im Schwerefeld der Erde nach unten "fallen", genügt sie also der Differentialgleichung

$$m\ddot{x} = mg - A - 6\pi\eta r\dot{x},$$

wobei g die Erdbeschleunigung, A die Auftriebskraft und x der Ort der Kugel ist.

1. *Bringen Sie diese Differentialgleichung auf die Form*

$$\ddot{x} + a\dot{x} = b,$$

   mit $a, b \in \mathbb{R}$.

2. *Lösen Sie diese Differentialgleichung für die Anfangsbedingungen* $x(0) = \dot{x}(0) = 0$. *(Tipp: Setzen Sie* $v := \dot{x}$, *um zunächst eine DGL 1. Ordnung zu erhalten.)*

Aufgabe 4 (Lineare DGL mit nichtkonstantem Koeffizienten)
Lösen Sie die folgende Differentialgleichung 1. Ordnung durch Variation der Konstanten.

$$y' + \frac{y}{1+x} = e^{2x}.$$

(`http://www.math.unizh.ch/~reinold/Uni/SS01/Uebungen/ueb6.ps`)