Prof. Alberto Cattaneo **Universität Zürich**
B. Reinold, M. Scherrer 3. Juli 2001

Mathematische Grundlagen für Physik und Chemie II

7. Übung
Abgabe: Dienstag, den 29. Mai 2001

Aufgabe 1 (Gedämpfte Schwingung)
Gegeben ist die homogene DGL zweiter Ordnung

$$y''(t) + 12y'(t) + 100y(t) = 0. \qquad \text{(DGL 1)}$$

a) *Machen Sie den Ansatz* $y_1(t) := e^{\lambda t}\cos(\omega t)$ *mit* $\lambda, \omega \in \mathbb{R}$. *Bestimmen Sie* λ *und* ω *so, dass* y_1 *eine Lösung von DGL 1 ist.*

b) *Zeigen Sie, dass für die selben* λ *und* ω *auch* $y_2(t) := e^{\lambda t}\sin(\omega t)$ *eine Lösung von DGL 1 ist, und dass diese Lösung unabhängig von der Lösung* y_1 *ist.*

c) *Wie lautet die allgemeine Lösung?*

4 Punkte

Aufgabe 2 (Erzwungene Schwingung I)
Ermitteln Sie eine partikuläre Lösung der DGL

$$y''(t) + 12y'(t) + 100y(t) = -408\sin(2t) \qquad \text{(DGL 2)}$$

indem Sie den Ansatz $y(t) = A\sin(2t) + B\cos(2t)$ *mit* $A, B \in \mathbb{R}$ *einsetzen und* A *und* B *bestimmen.*
Wie lautet die allgemeine Lösung von DGL 2?
(Benutzen Sie das Ergebnis aus Aufgabe 1.)

4 Punkte

Aufgabe 3 (Aperiodische Schwingung)
Gegeben ist die lineare DGL zweiter Ordnung

$$y''(t) + 10y'(t) + 9y(t) = 0. \qquad \text{(DGL 3)}$$

Finden Sie zwei Lösungen mit Hilfe des Ansatzes $y(t) := e^{\lambda t}$*. Berechnen Sie die Wronsky-Determinante zu diesen Lösungen und zeigen Sie damit, dass die gefundenen Lösungen linear unabhängig sind.*
Wie lautet die allgemeine Lösung von DGL 3 also?

4 Punkte

Aufgabe 4 (Erzwungene Schwingung II)
Ermitteln Sie eine partikuläre Lösung der DGL

$$y''(t) + 10y'(t) + 9y(t) = 60\cos(3t), \qquad \text{(DGL 4)}$$

durch geschicktes Raten eines Ansatzes.
Wie lautet die allgemeine Lösung von DGL 4?

4 Punkte